



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное  
бюджетное учреждение науки  
**Федеральный исследовательский центр**  
**«Коми научный центр Уральского отделения**  
**Российской академии наук»**  
(ФИЦ Коми НЦ УрО РАН)

РОССИЯСА НАУКА ДА ВЫЛЫС ВЕЛЁДЧАН  
МИНИСТЕРСТВО

«Россияса наукаяс академиялён  
Урал юкёнса Коми наука шёрин»  
туялан удж нүйдьсь федеральней шёрин  
Федеральней канму  
съёмкуд наука учреждение  
(ТФШ РНА УрЮ Коми НШ)

УТВЕРЖДАЮ  
Исполняющий  
обязанности директора  
ФИЦ Коми НЦ УрО РАН

А.Г. Шеломенцев

*девяносто два* 2022 года



## ПРОГРАММА

вступительного экзамена в аспирантуру

Область науки – Естественные науки

Группа специальностей – 1.1 Математика и механика

Научная специальность –

### 1.1.4. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Сыктывкар 2022

## **Общие указания**

Программа вступительного экзамена в аспирантуру по научной специальности 1.1.4 Теория вероятностей и математическая статистика (область науки Естественные науки, группа специальностей – 1.1. Математика и механика) основана на специальных курсах, читаемых для студентов, специализирующихся на теории вероятностей и математической статистике.

### **Порядок проведения вступительных испытаний.**

Вступительное испытание проводится в виде экзамена на основе билетов. В каждом экзаменационном билете два вопроса: один из раздела «Теория вероятностей» и другой из раздела «Математическая статистика». Подготовка к ответу составляет 1 час с момента раздачи билетов. Задания оцениваются от 0 до 100 баллов в зависимости от полноты и правильности ответов.

#### **Критерии оценивания.**

Оценка поступающему устанавливается за письменную работу и дополнительные вопросы от экзаменатора по письменной работе.

#### **Отлично (80-100 баллов)**

Поступающий исчерпывающе ответил на все вопросы билета и дополнительные вопросы экзаменатора.

#### **Хорошо (60-80 баллов)**

Поступающий удовлетворительно ответил на все вопросы билета, но не дал удовлетворительного ответа на дополнительные вопросы экзаменатора.

#### **Удовлетворительно (40-60 баллов)**

Поступающий удовлетворительно ответил только на один вопрос билета.

#### **Неудовлетворительно (0-40 баллов)**

Поступающий не ответил на вопросы билета.

### **Вопросы программы вступительного экзамена в аспирантуру по специальной дисциплине, соответствующей научной специальности**

#### **1.1.4 Теория вероятностей и математическая статистика**

**(область науки Естественные науки,**

**группа специальностей – 1.1. Математика и механика)**

## **ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

1. Аксиоматика теории вероятностей. Определение вероятности по Колмогорову..
2. Свойства вероятностей.
3. Независимость событий.
4. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
5. Схема Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли.
6. Случайные величины. Функции распределения. Свойства функций распределения.

Примеры.

7. Математические ожидания действительных случайных величин. Конструкция интеграла Лебега и его свойства.
8. Числовые характеристики случайных величин. Моменты старших порядков.
9. Коэффициент корреляции и его свойства.

10. Сходимости почти наверное и по вероятности. Слабая сходимость.
11. Векторные случайные величины. Условные и маргинальные распределения.
12. Независимость. Независимые классы и сигма-алгебры. Независимые случайные величины.
13. Характеристические функции. Формула обращения. Теоремы единственности и непрерывности.
14. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Неравенство Колмогорова. Теорема Колмогорова.
15. Центральная предельная теорема. Теорема Леви. Теорема Ляпунова. Теорема Линдеберга.
16. Случайные блуждания. Пуассоновский, винеровский и ветвящиеся процессы.
17. Цепи Маркова. Уравнения для вероятностей перехода. Теорема о предельных вероятностях.

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

1. Понятие случайной выборки. Распределение случайной выборки. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма.
2. Выборочные характеристики. Выборочные моменты и квантили; их асимптотическое распределение.
3. Достаточные статистики. Теорема факторизации. Экспоненциальные семейства.
4. Оценка параметров по методу моментов и методу максимального правдоподобия. Состоительность оценок и их асимптотическое распределение.
5. Несмешенные оценки с минимальной дисперсией.
6. Регрессионный и корреляционный анализ. Метод наименьших квадратов.
7. Проверка статистических гипотез. Критерий, уровень значимости, критический уровень значимости, вероятности ошибок, функция мощности.
8. Теорема Неймана-Пирсона. Равномерно наиболее мощные критерии для распределений с монотонным отношением правдоподобия. Критерий типа – хи-квадрат (согласия, независимости и однородности).
9. Инвариантные критерии. Сравнение средних и дисперсий нормальных распределений (дисперсионный анализ).
10. Непараметрические ранговые критерии. Критерии однородности: знаков, Вилконсона, Смирнова.

**Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы вступительного экзамена в аспирантуру по специальной дисциплине, соответствующей научной специальности 1.1.4 Теория вероятностей и математическая статистика (область науки Естественные науки, группа специальностей – 1.1. Математика и механика)**

### **Основная литература**

1. Боровков А.А. Математическая статистика. — М.: Наука, 1984.
2. Боровков А. А. Теория вероятностей: учеб. пособие. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Наука, 1986. — 432 с.
3. Ширяев А.Н. Вероятность. — М.: Наука, 1989.

4. Феллер У. Введение в теорию вероятностей и ее приложения: в 2-х т.. — Москва: Мир, 1984. — 527 с.
5. Гихман И. И. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для мат. спец. ун-тов и техн. вузов / И. И. Гихман, А. В. Скороход, М. И. Ядренко. — 2-е изд., перераб. и доп. — Киев: Выща шк., 1988. — 439 с.

### **Дополнительная литература**

6. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. — СПб: Лань, 2011 г., 254 с.
7. Ивашев-Мусатов О.С. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Наука, 1979.
8. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. Под ред. А.А. Свешникова. — М.: Наука, 1970 г.
9. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей. — 5-е издание. — М.: Агар, 2000. — 256 с. (1-е, 2-е, 3-е издание, М.: Наука, 1978, 1982, 1987; 4-е издание, М.: Агар, 1996).
10. Севастьянов Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики. — М.: Наука, 1982.

### **Электронно-образовательные ресурсы**

Интернет-ресурсы по математике: <http://exponenta.ru>;

Портал математических интернет-ресурсов: <http://www.math.ru>

Портал математических интернет-ресурсов: <http://www.allmath.com>

Портал ресурсов по математике и ИТ: <http://algolist.manual.ru>